\section{Resultados}

\subsection{Estadística}

Consideramos dos métricas para determinar la significancia estadística de los datos.

Para comparar mediciones de intensidad de campo magnético entre dos modelos y entre modelos contra el valor promedio medido por el gaussmetro usamos el valor $p$ ($p-value$) entre los promedios de los respectivos conjuntos de datos (a los que llamaremos generalmente $p\_{B\_0}$). Como buscamos minimizar la diferencia entre modelos y valores promedio del gaussmetro, consideramos favorables valores que apunten a una hipótesis nula: $p\_{B\_0} > 0.05$ (en donde la diferencia entre los promedios no sea significativa).

Para determinar la calidad de las regresiones del modelo respecto a los datos de voltaje medidos por el Arduino (u osciloscopio), consideramos también el valor $p$ arrojado por Mathematica (al que nos referiremos como $p-value\_{regresion}$). En este caso, los valores favorables son aquellos que apunten a una relación entre las variables independientes (el tiempo) y las variables dependientes (el voltaje), o sea, aquellos que \textit{no} apunten a la hipótesis nula y en cambio sugieran una relación entre estas variables ($p\_{regresion} < 0.05$). Como veremos, los valores $p$ de las regresiones de todos los modelos satisfacen esta condición, por lo que es necesario otro criterio para determinar cuál es el mejor entre los modelos (en lo que a ajustarse a los datos de voltaje se refiere): compararemos sus valores $p\_{regresion}$, considerando favorables los valores menores (otra vez, aquellos que apuntan a una relación entre variables independientes y dependientes).

En resumen, son favorables valores $p\_{B\_0} > 0.05$ y $p\_{regresion} < 0.05$. Donde mientras más cercano sea este último al cero se considerará que existe un mejor ajuste en la regresión.

\subsection{Resultados obtenidos}

En la Tabla \ref{tab:distancias} recopilamos las mediciones de distancia inicial respecto a la primer espira ($z\_1$) y de longitud del solenoide ($l$) (para el solenoide de 397 espiras). Utilizamos el promedio de $z\_1$ en ambos modelos y el promedio de $l$ en el segundo modelo.

TABLA DISTANCIAS

Además, la Tabla \ref{tab:gaussmetro} registra las mediciones de la intensidad del campo magnético con el gaussmetro. Las primeras cinco mediciones de cada imán son las que tomamos en el centro y las siguientes cinco, en la circunferencia. Estaremos comparando los modelos con los promedios de estos datos.

TABLA GAUSSMETRO

Utilizando el primer modelo para la medición de prueba con el solenoide de diez espiras y el imán grande obtenemos la Figura \ref{fig:test-data}. Esta fue la única medición que realizamos con el osciloscopio, por ello la mayor cantidad de datos.

TABLA TEST DATA

Con el mismo modelo, esta vez para el solenoide de 397 espiras, obtenemos las Figura \ref{fig:big-old} para el imán grande y la Figura \ref{fig:small-old} para el imán pequeño. Con el segundo modelo, considerando 100 divisiones del solenoide ($n = 100$), obtenemos las Figuras \ref{small-new} y \ref{small-new} para el imán grande y pequeño, respectivamente.

En la siguiente sección discutimos las Tablas \ref{tab:1m-vs-1m}-\ref{tab:precision-pequeño}.

\section{Discusión}

\subsection{Análisis}

En la Tabla \ref{tab:1m-vs-1m} comparamos los resultados obtenidos de las regresiones sobre las mediciones del imán grande, ambas regresiones ajustando el primer modelo. La primera fila es de la regresión sobre los datos obtenidos con el osciloscopio con número de espiras $N\_{e\_{osciloscopio}} = 10$. La segunda, de los datos obtenidos con el Arduino con número de espiras $N\_{e\_{Arduino}} = 397$.

TABLA-1MVS1M

A pesar de utilizar el mismo modelo, la regresión sobre el solenoide con 397 espiras tiene un $p-value\_{regresion}$ treinta órdenes de magnitud más grande al $p$ valor de la primera regresión. Además, el $t-value$ entre las intensidades de campo magnético obtenidas ($B\_0$) es del 8.8 con $p-value$ de 0.003; una diferencia significativa. Estos resultados sugieren que el primer modelo ha perdido precisión al intentar ajustarse a las mediciones del solenoide con 397 espiras. Aunque estos valores también podrían explicarse por el número reducido de datos obtenidos con el Arduino en comparación con aquellos obtenidos por el osciloscopio (Fig. \ref{big-old} vs \ref{fig:test-data}).

FIG OLD BIG, FIG TEST DATA

Es en base a estas observaciones que decidimos aplicar un nuevo modelo al solenoide de 397 espiras, suponiendo que la pérdida de precisión del primero modelo era producto de que el solenoide largo no se aproximaba a un sólo bucle de cables.

Así pues, la Tabla \ref{tab:1m-vs-2m} compara los anteriores resultados para el solenoide de 10 espiras que usa el primer modelo (al igual que la tabla anterior) con una regresión del segundo modelo aplicado al solenoide más largo, usando $n = 100$. En esta instancia, encontramos que la diferencia entre $p\_{regresion}$ se ha disminuido, ahora siendo la diferencia de tan sólo tres órdenes de magnitud; el segundo modelo se ajusta mejor al solenoide largo. Esto también es apoyado por un $t-value\_{B\_0} = 0.89$ con $p-value\_{B\_0} = 0.41$, es decir, los promedios ahora están más correlacionados.

TAB 1M VS 2M

La Figura \ref{fig:big-new} muestra este segundo modelo ajustado a los datos del imán grande.

FIG BIG NEW

Bajo estas observaciones, decidimos continuar el análisis utilizando el segundo modelo para el solenoide largo (otra vez, $n = 100$). De esta manera obtenemos los resultados en la Tabla \ref{tab:2m-100}.

TAB 2M - 100

Al compararlos con las mediciones con el gaussmetro en la Tabla \ref{tab:2m-vs-gauss}, encontramos una correlación significativa entre la medición con el gaussmetro y el valor regresado por el segundo modelo ($p-value\_{B\_0} = 0.77$) para el imán grande. Una correlación mayor a la que habríamos obtenido utilizado el valor regresado por el primer modelo sobre las mediciones con osciloscopio ($t-value\_{B\_0, osciloscopio}(5) = 1.1$, $p-value\_{B\_0, osciloscopio} = 0.32$).

TAB 2M vs gauss

Sin embargo, la correlación entre el gaussmetro y el modelo para el imán pequeño no es significativa ($p-value\_{B\_0} = 0.0027$).

Observemos que en la Tabla \ref{tab:2m-100} $p-value\_{regresion}$ es menor para el imán pequeño que para el imán grande, esto sugiere un mejor ajuste para el imán pequeño que para el imán grande (como discutimos en la estadística). Por lo que la baja correlación entre el imán pequeño y el gaussmetro no parece ser resultado de un mal ajuste por el modelo.

Otra explicación podría ser que el número de divisiones utilizadas en el segundo modelo (en todo lo que hemos discutido hasta ahora hemos utilizado $n = 100$) sea demasiado pequeño.

Para el imán grande, en la Tabla \ref{tab:precision-grande} vemos que un aumento en el número de divisiones es (generalmente) acompañada por un mejor ajuste ($p-value\_{regresion}$ más pequeños) y mayor correlación con la medida del gaussmetro ($p-value\_{B\_0}$ más cercanos a 1). (Vemos también que el primer modelo es fácilmente superado por el segundo modelo).

TAB PRECISION GRANDE

Para el imán pequeño observamos las mismas tendencias (Tabla \ref{tab:precision-pequeño}). Sin embargo, aunque la correlación aumenta, incluso con $n = 1000$ no obtenemos un valor $p$ que indique una correlación significativa con el valor medido por el gaussmetro.

TAB PRECISION PEQUEÑA

Sugerimos entonces que la causa de la baja correlación para el imán pequeño es que el radio de éste no es similar al radio de las espiras (como utilizamos en la derivación de ambos modelos). Diferencia que es menos notable para el imán grande, con diámetro mayor.

Por el momento no contamos con el imán pequeño para poder hacer un análisis cuantitativo de esto, pero pensamos que la precisión del modelo aumentará si no se hace la suposición de que los radios del imán y de las espiras sean iguales.